**Жищинская Л.С.**

**Методика работы с текстовой задачей. На примере конкретной задачи.**

В процессе обучения математике задачи занимают особое место, поскольку именно решение разнообразных по виду и содержанию задач происходит как усвоение уже имеющихся знаний, так и приобретение новых.

До настоящего времени в научной литературе нет общего определения понятия «задача». По-видимому, одна из причин такой неопределенности состоит в том, что этот термин носит общенаучный характер, поскольку используется во многих науках, весьма далеких друг от друга по объектам, методам и целям исследования.

В школьном курсе математики мы имеем дело с задачами, адаптированными для достижения учебных целей. Адаптация означает, что проблемные ситуации переведены на математический язык, так что учебная задача может отражать не все условия конкретной проблемной ситуации.

Поскольку решение любой задачи связано с развитием мыслительной деятельностью, то в следующем определении понятия «задача» это обстоятельство выделено как главное звено. «Задача» - объект мыслительной деятельности, содержащий требование некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос посредством поиска условия, позволяющих раскрыть связи (отношения) между известными и неизвестными ее элементами.

Все задачи объединяет компонентный состав и общая структура. Опишем их.

Условие задачи – это множество данных задачи и отношений между объектами, указанными в тексте задачи. Сюда же относятся не названные явно, но предполагаемые отношения между ними.

Требование задачи – то, что должно быть найдено и установлено, что необходимо объяснить, доказать, вычислить и т.д. (требование задачи часто называют заключением задачи).

Базис задачи – теоретический и/или практический материал, на котором основано движение от условия задачи к ее заключению (Базис задачи часто называют обоснованием задачи).

Решить задачу – это значит найти такую теорию, такую совокупность операций, действий, применяя которые к условию задачи, можно, в конечном счете, ответить на вопрос задачи, то есть выполнить ее требование.

При изучении различных типологий задач в школьной практике чаще всего рассматриваются следующие основные типологии:

* По характеру требований (на вычисление, на доказательство, на построение, на преобразование и др.);
* По математическому содержанию ( арифметические, алгебраические, геометрические, тригонометрические, комбинаторные и др.);
* По способу выражения условия и требования задачи (текстовые, графические, по готовому чертежу и др.);
* По основной дидактической цели (задачи на усвоение содержания понятия; задачи на усвоение объема понятия; задачи на освоение связей между понятиями; задачи на усвоение правил, теорем, научных фактов; задачи на мотивацию введения нового понятия, изучения теоремы и др.).
* По наличию алгоритма решения (стандартные – задачи, алгоритм решения которых известен учащемуся; нестандартные – задачи, алгоритм решения которых неизвестен учащемуся).

Деятельность по решению задач должна быть организована педагогом и осознана учащимися, только тогда можно добиться ощутимых результатов.

Процесс решения задачи можно разбить на следующие этапы:

1. Анализ текста задачи…
2. Поиск идеи (способа, метода) решения, составление плана решения.
3. Выполнение плана решения задачи.
4. Математический анализ проведенного решения.
5. Исследование задачи.
6. Рефлексия.

В реальном процессе решения задач не все указанные этапы рассматриваются для каждой из них. Основными являются первые четыре этапа.

**Анализ решения задачи** необходим при решении любой задачи. Ученику необходимо выявить условие и требование задачи, выполнить чертеж, сделать символьную запись. Далее анализируется условие задачи, а именно, ведется поиск неявно заданных условий – следствий. Они могут быть получены разными способами: путем замены термина понятия его определением; путем переосмысления данного понятия с точки зрения другого понятия; путем выявления связей между понятиями, входящими в условие задачи; путем перевода условия на другой математический язык. Проведенный анализ позволяет глубже осознать постановку задачи с одной стороны, а с другой – обеспечивает выполнение следующего этапа решения.

**Поиск идеи (способа, метода)** решения состоит в отыскании взаимосвязи между явными данными условия и привнесенными данными (следствиями из условия) с требованием задачи. Поиск чаще всего начинается с вопросов следующего типа: «Что необходимо знать, чтобы ответить на вопрос задачи?» или «На основании какого утверждения можно было бы сделать вывод, что заключение задачи истинно?». Поиск действий, обеспечивающих движение к заключению, приводит к рассмотрению вспомогательных задач, которые разбивают все рассуждение на отдельные логические шаги. Результатом поиска способа решения является план проведения рассуждений. Он может быть представлен в виде схемы , краткой записи логических шагов, произнесен устно.

**При выполнении плана решения задачи** необходимо следить, чтобы шаги решения были обоснованы, все данные задачи использованы.

**Проводя математический анализ решения,** весьма полезно выделять базис задачи. Далее следует выяснить, какие другие способы решения можно получить, и выявить среди них наиболее рациональный.

**Исследование задачи** предполагает обобщение задачи, рассмотрение частных случаев, составление и решение обратной задачи.

**На этапе рефлексии** необходимо понять, какие новые знания и способы рассуждений, полученные в результате решения, целесообразно запомнить и использовать при решении новых задач.

Естественно, что в процессе работы с конкретной задачей перечисленные этапы решения могут объединяться и пересекаться.

Важно, чтобы решение задачи осуществлялось учеником не «вслепую», наугад. Для этого необходимо проводить целенаправленную работу по формированию умений анализировать условие и заключение задачи, выводить следствия, подбирать приемы решения задач. Эти умения будут приобретены учащимися, если педагог будет использовать специально разработанную систему упражнений.

**Методика работы с текстовой задачей, решаемой алгебраическим методом.**

**Задача**. *Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 60 км, выехал автобус, а через 20 мин вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус пришел в пункт В на 10 мин позже легкового автомобиля. Найдите скорость автобуса и легкового автомобиля.*

**Iэтап. Анализ условия задачи.**

|  |  |
| --- | --- |
| Деятельность учителя | Деятельность ученика |
| С чего начинают работу над любой задачей?  Итак, проведем анализ условия задачи. (В дальнейшем в роли учителя выступает ученик) | С анализа ее условия. |
| 1.Какого типа эта задача? (Возможны вопросы: «О чем идет речь в задаче?», «О каком процессе говорится в задаче?»  2. О каких объектах идет речь в задаче? Каков характер их взаимодействия?  Итак, какие части можно выделить в задаче? | 1.Задача на движение. (В задаче идет речь о движении».  2. В задаче идет речь об автобусе и легковом автомобиле: они выезжают из одного пункта и едут в одном направлении.  Можно выделить две части, одна связана с движением автобуса, вторая – с движением легкового автомобиля. |
| 3. Какими величинами характеризуется движение этих объектов?  (Возможен вопрос: «Какими ключевыми словами можно описать происходящее в задаче?»).  Какова связь между этими величинами? | 3. Движение этих объектов характеризуется тремя величинами: скорость, время, расстояние.  S=v\*t |
| 4. Что в задаче известно о движении автобуса?  Что в задаче известно о движении легкового автомобиля?  Уточните известные и неизвестные величины.  Какая связь существует в задаче между соответствующими неизвестными величинами? | 4. 1) Его скорость на 20 км/ч меньше скорости легкового автомобиля.  2) Он вышел из пункта А на 20 мин раньше, а прибыл в пункт В на 10 мин позже, т.е. он был в пути на 30 мин больше, чем легковой автомобиль.  3) Он прошел 60 км.  1) Его скорость на 20 км/ч больше скорости автобуса.  2) Он был в пути на 30 мин меньше, чем автобус.  3) Он прошел 60 км.  Известен путь каждого объекта, неизвестны их скорости и время движения.  1) Скорость легкового автомобиля на 20 км/ч больше скорости автобуса.  2) Автобус был в пути на 30 мин больше, чем легковой автомобиль. |
| 5. Что требуется найти?  Итак, отбросив всю несущественную информацию, как можно переформулировать задачу в форму, удобную для поиска решения? | 5. Скорость автобуса и скорость легкового автомобиля.  Скорость автобуса на 20 км/ч меньше скорости легкового автомобиля, время движения автобуса на 30 мин или0,5 больше времени движения легкового автомобиля. Автобус и легковой автомобиль проехали одинаковое расстояние, равное 60 км. Требуется определить скорость автобуса и легкового автомобиля. |

**Схематическая запись решения задачи.**

Одновременно с выполнением анализа осуществляется схематическая запись задачи.

Автобус на 0,5 ч б,

Автомобиль на 20 км/ч б.



60 км

Можно запись условия и требования задачи осуществить в виде таблицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость | Время | Расстояние |
| Автобус | ? на 20 км/ч м. | ? на 0,5 ч б. | 60 км |
| Автомобиль | ? |  | 60 км |

**II этап. Поиск способа решения задачи**

|  |  |
| --- | --- |
| **Деятельность учителя** | **Деятельность ученика** |
| 1. Итак, что нужно найти в задаче? | 1.Скорость автобуса и легкового автомобиля? |
| 2. Каким методом (по действиям или с помощью уравнения) мы будем решать задачу? | 2. Задачу будем решать алгебраическим методом. |
| 3. С чего начинают решение задачи алгебраическим методом?  Какое условие можно выбирать для составления уравнения?  Какое условие выберем?  Какую же неизвестную величину мы обозначим за *х* и почему? | 3. С выбором условия для составления уравнения.  Любое из данных:  - скорость автобуса на 20 км/ч меньше скорости легкового автомобиля;  - время движения автобуса на 0,5 ч больше времени движения легкового автомобиля;  - автобус проехал расстояние, равное 60 км,  - легковой автомобиль проехал то расстояние, что и автобус.  Время движения автобуса на 0,5ч больше времени движения легкового автомобиля  *t1=t2+0.5*  За *х* обозначим скорость автобуса, так как она меньше и ее требуется найти. |
| 5. Итак, *х* ввели. Что делаем дальше?  Какие величины нужны, и можно ли их выразить через *х*? | 5.Остальные неизвестные величины выражаем через *х.*  Нужно время движения каждого объекта, а время находят делением пройденного расстояния на скорость движения, значит, чтобы время выразить через *х*, нужно знать скорости движения. Скорость автобуса *х* км/ч, а скорость легкового автомобиля на 20 км/ч больше, т.е. *(х*+20*)*км/ч.  Время движения автобусач.  Время движения легкового автомобиля |
| 6. Итак, нужные величины выразили через *х*. Сможем ли мы теперь составить уравнение? | 6. В схему *t1=t2+0.5* вместо *t1* подставим время движения автобуса, т.е. ч вместо *t2* – время движения легкового автомобиля, т.е. |
| 7. Назовите план решения задачи. | 7. 1) Скорость автобуса обозначаем за *х* км\ч.  2) Выражаем скорость автомобиля и время движения каждого объекта через *х*.  3) Используя связь между временем движения автобуса и легкового автомобиля, составляем уравнение. |

**III этап. Оформление решения задачи.**

Пусть х км/ч – скорость движения автобуса, тогда (х+20) км/ч – скорость легкового автомобиля, ч – время движения автобуса, – время движения легкового автомобиля. По условию задачи больше на 0,5ч.

Составим уравнение:

- =

Решим уравнение:

= 0

= 0

х2 + 20х-2400 = 0 х2 +20х-2400 = 0

2х (х+20) ≠ 0 D = 10000, х1 =40, х2 = - 60

Оба корня удовлетворяют решению системы и, следовательно, уравнение имеет два корня: 40 и -60.

Условию задачи удовлетворяет один корень, так как скорость в данной задаче не может быть отрицательной.

Если скорость автобуса 40 км/ч, то скорость легкового автомобиля 40+20=60 (км/ч).

На практике, наряду с развернутой записью решения, часто используется краткая запись. Так, решение может быть отражено с помощью таблицы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Скорость (км/ч) | Время (ч) | Расстояние (км) | Уравнение |
| Автобус | х |  | 60 | Время движения автобуса на ч больше времени движения автомобиля  - = |
| Легковой автомобиль | х+20 |  | 60 |

Используя обозначения, известные из курса физики, те же самые рассуждения можно оформить в следующем виде:

v1 = х t1 = t1 – t2 =

v2 = x+20 t2 =  - =

**III этап. Проверка решения и запись ответа**

1. Ответы соответствуют реальному смыслу задачи.
2. Покажем сначала, как нежелательно осуществлять проверку решения задачи.

Пусть скорость автобуса – 40 км/ч

60 : 40 = 1,5 (ч) – время его движения;

40 + 20 = 60 (км/ч) – скорость легкового автомобиля;

60 : 60 = 1 (ч) – время движения легкового автомобиля;

1,5 – 1 = 0,5 (ч) – разность времени движения, что соответствует условию задачи.

Значит, найденное значение х = 40 удовлетворяет условию задачи.

Фактически в этом случае проверка решения задачи свелась к подстановке значения корня х=40 в уравнение - =.

Проверка решения должна проводиться по условию задачи, а не по составленному уравнению, так как при составлении можно получить неверное уравнение, а решив его верно и проверив корни, мы установим только, что они удовлетворяют уравнению.

Чтобы этого избежать, желательно проверять так, чтобы в последнем вопросе проверки бралась та зависимость, которая не была использована в качестве главного данного при составлении уравнения. В нашем случае уравнение было составлено по разности времени движения; в последнем действии проверки надо получить иное данное (разность скоростей; один и тот же путь, пройденный объектами).

Практически это означает, что для проверки решения задачи мы должны взять найденное значение неизвестного и часть данных; оставить т решить новую задачу; в результате получить значение одного из данных задачи, которое не использовалось как главное при составлении уравнения.

Проверим, например, будет ли скорость легкового автомобиля больше скорости автобуса на 20 км/ч.

Пусть скорость автобуса равна 40км/ч, тогда время движения его движения – 60:40=1,5 (ч). Время движения легкового автомобиля на 0,5ч меньше, т.е. равно 1,5-0,5=1(ч). Скорость легкового автомобиля равна 60:1=60 (км/ч), что соответствует условию задачи (60-40=20 (км/ч)).

**V этап. Исследование задачи.**

В исследовании выясняется, можно ли задачу решить иначе, и что из работы над задачей полезно запомнить на будущее.

Можно предположить другие способы решения.

Можно выбрать другое условие для составления уравнения. Если за основание для составления уравнения выбрать то, что расстояние, пройденное автобусом равно 60км, то получим уравнение.

Если за основание для составления уравнения выбрать то, что скорость легкового автомобиля больше скорости автобуса на 20 км/ч, то получим уравнение:

60 : = х+20

На будущее полезно запомнить, что если сравнивается время выхода двух объектов, а затем время их прибытия, то полезно выяснить на сколько один объект был больше в пути, чем другой.